

تمرين [1]

أثبت في الجبر البولياني أن :

$$a(a+b) = ab$$

الحل :

$$\begin{aligned} P_1 = a(a+b) &= a \cdot a + ab = \\ &= a + ab = ab \end{aligned}$$

تمرين [2]

أوجد مكملة العبارة البوليانية التالية :

$$F = xy + xyz' + x'y'$$

الحل :

$$\begin{aligned} F' &= (xy + xyz' + x'y')' \\ &= (xy)' \cdot (xyz')' \cdot (x'y')' \\ &= (x' + y') \cdot (x' + y' + z) \cdot (x + y) \end{aligned}$$

تمرين [3]

$$D(70) = \{1, 2, 5, 10, 14, 35, 70\}$$

الجور المولدة بـ 1 $D_1 = \{1, 70\}$

الجور المولدة بـ 2 $D_2 = \{1, 2, 35, 70\}$

$$D_3 = \{1, 2, 5, 14, 70\}$$

تمرين [4]

ليكن لدينا $(P(E), \cup, \cap, ', \phi, E)$ جبر بولي

$(B, +, \cdot, ', 0, 1)$

والجبر $B = \{0, 1\}$

ولتكن $A \subseteq E$ ولنفرض $x_0 \in E$

$$f(A) = \begin{cases} 1 & ; x_0 \in A \\ 0 & ; x_0 \notin A \end{cases}$$

فبرهن أن f هو دالة بوليانية

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A') = (P(A))'$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$x_0 \in A \text{ or } x_0 \in B : x_0 \in A \cup B \quad \text{①} \quad \text{منه الكمال}$$

$$P(A \cup B) = 1$$

$$P(A) = 1$$

$$\text{or } \left. \begin{array}{l} P(A) = 1 \\ P(B) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow P(A) + P(B) = 1 + \begin{array}{l} 0 \\ 1 \end{array} = 1$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) = \cancel{1} + 0 = 1$$

$$x_0 \notin A \text{ and } x_0 \notin B \quad \Leftarrow \quad x_0 \notin A \cup B \quad \text{②}$$

$$P(A \cup B) = 0$$

$$P(A) = 0$$

$$P(B) = 0$$

$$P(A) + P(B) = 0 + 0 = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$x_0 \in A \text{ and } x_0 \in B \quad \Leftarrow \quad x_0 \in A \cap B \quad \text{①}$$

$$\left. \begin{array}{l} P(A \cap B) = 1 \\ P(A) = 1 \quad \text{or} \quad P(B) = 1 \end{array} \right\}$$

$$P(A \cap B) \stackrel{?}{=} P(A) \cdot P(B)$$

$$x_0 \notin A \quad \text{or} \quad x_0 \notin B \quad \in \quad x_0 \notin A \cap B$$

$$P(A \cap B) = 0$$

$$\text{or} \left\{ \begin{array}{l} P(A) = 0 \Rightarrow P(A) \cdot P(B) = 0 \cdot P(B) = 0 \\ P(B) = 0 \Rightarrow P(A) \cdot P(B) = P(A) \cdot 0 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A') \stackrel{?}{=} (P(A))'$$

$$x_0 \in A \Rightarrow x_0 \notin A' \Rightarrow P(A) = 1 \neq P(A') = 0 \Rightarrow (P(A'))' = 1$$

$$x_0 \notin A \Rightarrow x_0 \in A' \Rightarrow P(A) = 0 \neq P(A') = 1 \Rightarrow$$

$$(P(A'))' = 0 \Rightarrow P(A') = (P(A))'$$

وبالتالي P موافق بوليان
تربيع [5] -
انتهى في جبر بوليان

$$(a+b)' = a' \cdot b'$$

الحل:

$$(a+b)(a' \cdot b') = (a \cdot a' \cdot b') + (b \cdot a' \cdot b') \\ = (0, b') + (0, a') = 0 + 0 = 0$$

$$(a+b) + (a' \cdot b') = (a+b+a')(a+b+b') \\ = (1+b)(a+1) = 1$$

$$\Rightarrow (a+b)' = a' + b'$$

تربيع [6]

اختتم اكد ان ب صيغة تم اعطى ثبوتها ومنتهى:

$$\textcircled{1} \quad x + y + yx'$$

$$\textcircled{2} \quad x + (yx)'$$

$$x + y + yx' = x + y(1 + x') \\ = x + y \cdot 1 = x + y$$

مستقيم

$$x'y'(y+x) = x'y'$$

تتويج

$$xy(y+x') = xy$$

$$x + (yx)' = x + y' + x' = 1 + y' = 1$$

مستقيم :

$$x'(y+x) = 0$$

$$x(y+x)' = 0$$

مربع $\textcircled{7}$
برهان

$$(x+y)'(x'+y') = 0$$

الحل :

$$t_2 = (x'y)(x'y) = (xx')(yy') = 0 \cdot 0 = 0$$

مربع $\textcircled{8}$

برهان :

$$x(z+y) = xy z' + xz$$

الحل :

$$t_1 = x(z+y) \cdot (z+z') = x(z+y)z + x(z+y)z'$$

$$= x(z+y z) + x(0+y z')$$

$$= x(z(1+y)) + x(y z')$$

$$= x y + x y y'$$

ترسیه [9] -

برهان آن :

$$x + x' y + x' y' = 1$$

الآن :

$$x + x' (y + y') = x + x' \cdot 1 = x + x' = 1$$

ترسیه [10] -

برهان آن :

$$\begin{aligned} (x + y)(x + y') &= x \\ &= x(x + y') + y(x + y') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= x + x y' + y x + 0 \\ &= x + x(y + y') = x + x \cdot 1 = x + x = x \end{aligned}$$

الترسیه الحافرة

ان